



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

«СОГЛАСОВАНО»

«УТВЕРЖДАЮ»

Руководитель программы аспирантуры
«Математическая логика, алгебра, теория чисел и
дискретная математика»

Директор департамента
математики

_____ Степанова А.А.
(подпись) (Ф.И.О.)
« 28 » июня 2022 г.

_____ /Заболотский В.С.
(подпись) (Ф.И.О.)
« 28 » июня 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

(физико-математические науки)

курс 2 семестр 3

лекции 18 час. /0,5 з.е.

практические занятия 18 час. /0,5 з.е.

лабораторные работы 0 час. /0 з.е.

с использованием МАО лек. 0 /пр. 10 /лаб. 0 час.

всего часов контактной работы 36 час.

в том числе с использованием МАО 46 час., в электронной форме 0 час.

самостоятельная работа 144 час.

реферат 3 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с Федеральными государственными требованиями к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре), условиям их реализации, срокам освоения этих программ с учетом различных форм обучения, образовательных технологий и особенностей отдельных категорий аспирантов (адъюнктов), утвержденными Приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 20 октября 2021 г. N 951 и паспортом научной специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Рабочая программа обсуждена на заседании департамента математики протокол № 11 от «28» июня 2022 г.

Директор департамента математики Заболотский В.С.

Составитель Степанова А.А.

I. Рабочая программа актуализирована на заседании департамента математики:

Протокол от «_____» _____ 20__ г. № _____

Директор департамента

(подпись)

(И.О. Фамилия)

II. Рабочая программа актуализирована на заседании департамента математики:

Протокол от «_____» _____ 20__ г. № _____

Директор департамента

(подпись)

(И.О. Фамилия)

АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика» предназначена для аспирантов, обучающихся по образовательной программе «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика».

Трудоемкость дисциплины 5 з.е., 180 час. Дисциплина входит в раздел образовательного компонента учебного плана. Дисциплина включает в себя 18 часов лекций, 18 часов практических занятий и 144 часа самостоятельной работы. Обучение осуществляется в 3 семестре. Форма промежуточной аттестации: экзамен (3 семестр).

При разработке рабочей программы учебной дисциплины использованы Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации) по направлению подготовки 1.1.5. Математика и механика, учебный план подготовки аспирантов по профилю «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика».

Цель изучения дисциплины является развитие способности и готовности математического исследования социальных, технических, экономических и других проблем науки и производства.

Задачи:

1. Привить навыки математического моделирования социальных, технических, экономических и других проблем науки и производства, умение использовать научные категории в области науки, техники, экономики и социальной сферы.

2. Освоить основные методы математической логики, алгебры и теории чисел.

3. Развить способности общения со специалистами из других областей, работы в междисциплинарной команде, а также работы самостоятельно.

4. Развитие навыков научно-исследовательской работы.

Планируемые результаты обучения по данной дисциплине (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы:

Код и формулировка требований	Этапы формирования	
<p>способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в области математики и механики с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	Знает	<p>современные методы и информационно-коммуникационные технологии для осуществления научно-исследовательской деятельности в области математической логики, алгебры и теории чисел</p>
	Умеет	<p>использовать в работе современные методы и информационно-коммуникационные технологии для осуществления научно-исследовательской деятельности в области математической логики, алгебры и теории чисел</p>
	Владеет	<p>способностью использовать в работе современные методы и информационно-коммуникационные технологии для осуществления научно-исследовательской деятельности в области математической логики, алгебры и теории чисел</p>
<p>способность создавать замысел, разрабатывать проект (структуру, методологию) целостного научного исследования в области математической логики, алгебры и теории чисел</p>	Знает	<p>Методы и технологии научного исследования в области математической логики, алгебры и теории чисел Основные концепции современного состояния математики в области математической логики, алгебры и теории чисел</p>
	Умеет	<p>Генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач в области математической логики, алгебры и теории чисел Анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач в области математической логики, алгебры и теории чисел</p>
	Владеет	<p>Навыками критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач в области математической логики, алгебры и теории чисел</p>
<p>готовность общаться в формате диалога со своими коллегами, научным сообществом и обществом в целом по вопросам, связанным со сферой своей</p>	Знает	<p>Основные тенденции развития науки в области математической логики, алгебры и теории чисел</p>
	Умеет	<p>Работать в небольшом международном научном коллективе математиков Формировать и аргументированно отстаивать собственную позицию по решению открытых задач в области математической логики, алгебры и теории чисел</p>

специализации в области математической логики, алгебры и теории чисел	Владеет	Навыками общения в формате диалога со своими коллегами, научным сообществом и обществом в целом по вопросам, связанным со сферой своей специализации в области математической логики, алгебры и теории чисел
Способность к осуществлению преподавательской деятельности по реализации профессиональных образовательных программ в области математической логики, алгебры и теории чисел	Знает	Методы и технологии научной коммуникации в области математической логики, алгебры и теории чисел на государственном и иностранном языках
	Умеет	Оценивать актуальность и новизну исследований в области математической логики, алгебры и теории чисел
	Владеет	способностью оценивать актуальность и новизну исследований в области математической логики, алгебры и теории чисел

Для формирования вышеуказанных требований в рамках дисциплины «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика» применяются следующие методы активного / интерактивного обучения: лекции – беседы с постановкой отдельных проблемных вопросов и обсуждения их с аудиторией (коллективная дискуссия).

I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА (18 час.)

Раздел 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА (5 часов)

Тема 1. Исчисление предикатов (1 часа)

Логика предикатов. Приведение формул логики предикатов к предварённой нормальной форме. Исчисление предикатов. Непротиворечивость. Теорема о дедукции.

Тема 2. Непротиворечивость и полнота исчисления предикатов (1 часа)

Тождественно истинные формулы исчисления предикатов. Непротиворечивость исчисления предикатов. Полнота исчисления предикатов. Теорема Мальцева о компактности.

Тема 3. Теория алгоритмов (1 часа)

Понятие алгоритма и его уточнения. Вычислимость по Тьюрингу, частично рекурсивные функции, рекурсивно перечислимые и рекурсивные множества. Тезис Чёрча.

Тема 4. Теорема Гёделя о неполноте формальной арифметики (2 часа)

Формальная арифметика. Теорема о представимости вычислимых функций в формальной арифметике (без доказательства). Теорема Гёделя о неполноте формальной арифметики. Теорема Тарского о невыразимости арифметической истинности в арифметике. Неразрешимость алгоритмической проблемы выводимости для арифметики и логики предикатов.

Раздел 2. АЛГЕБРА (5 часов)

Тема 1. Группы (2 часа)

Определяется понятие силовой подгруппы. Теорема о существовании силовой подгруппы для любой конечной группы. Теорема о разрешимости конечной p -группы. Теоремы Силова. Простота группы A_n , $n \geq 5$. Простота группы SO_3 . Порождающие множества группы. Образующие элементы группы. Свободная группа как универсальный объект в категории групп. Свойства свободной группы. Теорема о существовании копроизведения в категории групп. Свободные абелевы группы.

Тема 2. Кольца (1 часа)

Понятие неприводимого элемента целостного кольца. Об однозначном разложении элемента на неприводимые элементы. Понятие факториального кольца. Наибольший общий делитель в целостном кольце главных идеалов. Теорема о факториальности целостного кольца главных идеалов. Проблемная лекция. Евклидовы кольца – кольца главных идеалов. Факториальность колец главных идеалов. Радикал кольца, его нильпотентность в артиновых кольцах. Теорема плотности. Простые и полупростые кольца с условием минимальности.

Тема 3. Модули (1 часа)

Основные понятия теории модулей: теорема о гомоморфизме; свободные модули; циклические модули над кольцом главных идеалов. Теорема о строении конечно порожденных модулей над евклидовым кольцом. Следствия основной теоремы о конечно порожденных модулях над евклидовым кольцом для групп и линейных операторов. Группа Брауэра. Нетеровы кольца и модули. Теорема Гильберта о базисе.

Тема 4. Поля (1 часа)

Понятия расширения поля, алгебраического расширения поля, степени расширения. Теорема о расширении конечного поля. Теорема о конечной порожденности конечного расширения поля. Теорема о примитивном элементе. Поле разложения многочлена. Основная теорема теории Галуа. Конечные поля, их подполя и автоморфизмы. Проблемная лекция.

Раздел 3. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ (5 часов)

Тема 1. Теория p -адических чисел (1 час.)

Кольцо целых p -адических чисел. Дробные p -адические числа. Сходимость в поле p -адических чисел. Метризованные поля. Метрики поля рациональных чисел. Квадраты в поле p -адических чисел. Теорема Минковского-Хассе. Рациональная эквивалентность.

Тема 2. Эквивалентность форм (1 час.)

Построение разложимых форм. Модули. Полные модули и их кольца множителей. Геометрическое изображение алгебраических чисел. Решетки. Группа единиц и ее геометрическое изображение. Порядки в квадратичном поле. Единицы. Модули.

Тема 3. Конечные и алгебраические расширения полей (2 час.)

Понятия расширения поля, алгебраического расширения поля, степени расширения. Теорема о расширении конечного поля. Теорема о конечной порожденности конечного расширения поля.

Тема 4. Разложение на простые множители (1 час.)

Соответствие между модулями и формами. Представление чисел бинарными формами и подобие модулей. Простые множители и

однозначность разложения на простые множители. Примеры неоднозначного разложения на множители. Аксиоматическое описание дивизоров. Связь теории дивизоров с показателями.

Раздел 4. ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА (3 часов)

Тема 1. Комбинаторика (1 часа)

Перечислительная комбинаторика. Рекуррентные формулы. Правило суммы. Математическая индукция, применения в перечислительной комбинаторике. Правило произведения. Биномиальные коэффициенты, количество подмножеств. Бином Ньютона, треугольник Паскаля.

Тема 2. Множества и функции (1 часа)

Множества и функции. Функции, инъекции, сюръекции, биекции. Образы и прообразы. Китайская теорема об остатках как пример биекции. Булевы функции и теоретико-множественные тождества. Формулы включений--исключений. Перечисление функций разных видов.

Тема 3. Графы (1 часа)

Основные определения. Степени вершин. Подграфы. Двудольные и 2-раскрашиваемые графы. Пути. Связные компоненты. Циклы. Деревья. Число вершин и рёбер в дереве. Ориентированные графы. Критерий существования эйлера цикла.

II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

(18 час., в том числе 10 час. с использованием методов активного обучения)

Занятие 1. Исчисление предикатов (1 часа)

Логика предикатов. Приведение формул логики предикатов к предварённой нормальной форме. Исчисление предикатов. Непротиворечивость. Теорема о дедукции.

Занятие 2. Непротиворечивость и полнота исчисления предикатов (1 часа)

Тождественно истинные формулы исчисления предикатов. Непротиворечивость исчисления предикатов. Полнота исчисления предикатов. Теорема Мальцева о компактности.

Занятие 3. Теория алгоритмов (1 часа)

Понятие алгоритма и его уточнения. Вычислимость по Тьюрингу, частично рекурсивные функции, рекурсивно перечислимые и рекурсивные множества. Тезис Чёрча.

Занятие 4. Теорема Гёделя о неполноте формальной арифметики (2 часа)

Формальная арифметика. Теорема о представимости вычислимых функций в формальной арифметике (без доказательства). Теорема Гёделя о неполноте формальной арифметики. Теорема Тарского о невыразимости арифметической истинности в арифметике. Неразрешимость алгоритмической проблемы выводимости для арифметики и логики предикатов.

Занятие 5. Группы (2 часа)

Определяется понятие силовской подгруппы. Теорема о существовании силовской подгруппы для любой конечной группы. Теорема о разрешимости конечной p -группы. Теоремы Силова. Простота группы A_n , $n \geq 5$. Простота группы SO_3 . Порождающие множества группы. Образующие элементы группы. Свободная группа как универсальный объект в категории групп. Свойства свободной группы. Теорема о существовании копроизведения в категории групп. Свободные абелевы группы.

Занятие 6. Кольца (1 часа)

Понятие неприводимого элемента целостного кольца. Об однозначном разложении элемента на неприводимые элементы. Понятие факториального кольца. Наибольший общий делитель в целостном кольце главных идеалов. Теорема о факториальности целостного кольца главных идеалов. Проблемная лекция. Евклидовы кольца – кольца главных идеалов.

Факториальность колец главных идеалов. Радикал кольца, его нильпотентность в артиновых кольцах. Теорема плотности. Простые и полупростые кольца с условием минимальности.

Занятие 7. Модули (1 часа)

Основные понятия теории модулей: теорема о гомоморфизме; свободные модули; циклические модули над кольцом главных идеалов. Теорема о строении конечно порожденных модулей над евклидовым кольцом. Следствия основной теоремы о конечно порожденных модулях над евклидовым кольцом для групп и линейных операторов. Группа Брауэра. Нетеровы кольца и модули. Теорема Гильберта о базисе.

Занятие 8. Поля (1 часа)

Понятия расширения поля, алгебраического расширения поля, степени расширения. Теорема о расширении конечного поля. Теорема о конечной порожденности конечного расширения поля. Теорема о примитивном элементе. Поле разложения многочлена. Основная теорема теории Галуа. Конечные поля, их подполя и автоморфизмы. Проблемная лекция.

Занятие 9. Элементы теории чисел (1 часа).

Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное, простые числа. Алгоритм Евклида. Линейное представление наибольшего общего делителя.

Занятие 10. Системы уравнений над кольцом вычетов (1 часа).

Сравнения, свойства сравнений. Полная система вычетов. Приведенная система вычетов. Кольцо вычетов по модулю целого числа. Модули конечной размерности над кольцом вычетов. Системы уравнений.

Занятие 11. Линейные операторы модулей конечной размерности (1 часа).

Представление линейного оператора матрицей. Критерий обратимости линейного оператора. Вычисления с матрицами над кольцом вычетов.

Занятие 12. Функция Эйлера (1 часа).

Группа единиц кольца вычетов и функции Эйлера. Свойства функции Эйлера для произведения двух чисел, для произведения простых чисел. Теорема Эйлера для функции Эйлера. Теорема Ферма. Теорема Вильсона. Примеры решения задач.

Занятие 13. Простые числа (1 часа)

Тесты на простоту чисел. Алгоритмы разложения целых чисел в произведение простых. Использование теоретико-числовых задач в криптографии

Занятие 14. Комбинаторика (1час.)

Перечислительная комбинаторика. Рекуррентные формулы. Правило суммы. Математическая индукция, применения в перечислительной комбинаторике. Правило произведения. Биномиальные коэффициенты, количество подмножеств. Бином Ньютона, треугольник Паскаля.

Занятие 15. Множества и функции (1 часа)

Множества и функции. Функции, инъекции, сюръекции, биекции. Образы и прообразы. Китайская теорема об остатках как пример биекции. Булевы функции и теоретико-множественные тождества. Формулы включений--исключений. Перечисление функций разных видов.

Занятие 16. Графы (1 часа)

Основные определения. Степени вершин. Подграфы. Двудольные и 2-раскрашиваемые графы. Пути. Связные компоненты. Циклы. Деревья. Число вершин и рёбер в дереве. Ориентированные графы. Критерий существования эйлера цикла.

III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика» представлено в приложении 1 и включает в себя:

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;

характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;

требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;

критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

IV. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

1. Бесценный И.П., Бесценная Е.В. Математическая логика: учебное пособие, Изд-во Омского государственного университета им. Ф.М. Достоевского, 2016 <https://e.lanbook.com/book/89975>

2. Ермолаева Н.Н., Козынченко В.А., Курбатова Г.И. Практические занятия по алгебре. Элементы теории множеств, теории чисел, комбинаторики. Алгебраические структуры, Издательство "Лань", 2014 <https://e.lanbook.com/book/49469>

3. Ларин С.В. Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля: учебное пособие для вузов по естественнонаучным направлениям / С. В. Ларин. Москва: Юрайт, 2020. <https://lib.dvfu.ru/lib/item?id=chamo:884134&theme=FEFU>

4. Ермолаева Н.Н. Практические занятия по алгебре. Элементы теории множеств, теории чисел, комбинаторики. Алгебраические структуры: учебное пособие для вузов по направлениям и специальностям в области естественных и математических наук, техники и технологии / Н. Н. Ермолаева, В. А. Козынченко, Г. И. Курбатова; под ред. Г. И. Курбатовой. Санкт-Петербург: Лань, 2014. <https://lib.dvfu.ru/lib/item?id=chamo:770097&theme=FEFU>

Дополнительная литература
(печатные и электронные издания)

1. Балюкевич, Э.Л. Математическая логика и теория алгоритмов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Балюкевич Э.Л., Ковалева Л.Ф.— Электрон. текстовые данные. — М.: Евразийский открытый институт, 2009.— 188 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/10772>
2. Бухштаб, А.А. Теория чисел: учебное пособие / А. А. Бухштаб. – Санкт-Петербург: Лань, 2008 – 384 с.
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:281445&theme=FEFU>
3. Гринченков, Д.В. Математическая логика и теория алгоритмов для программистов: учебное пособие для вузов / Д. В. Гринченков, С. И. Потоцкий. – Москва: КноРус, 2010 – 2006 с.
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:288695&theme=FEFU>
4. Ершов, Ю.Л. Математическая логика / Ю.Л. Ершов, Е.А. Палютин. – Москва: Физматлит, 2011 – 356 с.
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:674414&theme=FEFU>
5. Каргаполов, М.И. Основы теории групп / М.И. Каргаполов Ю.И. Мерзляков. – М. «Наука». 2009. – 310 с.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:670271&theme=FEFU>
6. Курош, А. Г. Теория групп / А.Г. Курош. - М: Физматлит, 2011 – 806 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:68505&theme=FEFU>
7. Маньшин, М.Е. Математическая логика и теория алгоритмов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Маньшин М.Е.— Электрон. текстовые данные. — Волгоград: Волгоградский институт бизнеса, Вузовское образование, 2009.— 106 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/11334>
8. Алябьева, В.Г. Теория алгоритмов [Электронный ресурс]: учебное пособие для специальности 050201.65 – «Математика с дополнительной специальностью “Информатика”», направление подготовки 050100 – «Педагогическое образование»/ Алябьева В.Г., Пастухова Г.В.— Электрон.

текстовые данные. — Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2013.— 125 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/32100>

9. Борович, З. И. Теория чисел / З. И. Борович, И. Р. Шафаревич – М.: Наука, 1972 – 495 с.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:83204&theme=FEFU>

10. Ван дер Варден, Б.Л. Алгебра / Б.Л. Ван дер Варден - М.: Наука, 1976 – 648 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:302565&theme=FEFU>

11. Винберг, Э.Б. Курс алгебры / Э.Б. Винберг -. М.: Факториал Пресс, 1999 – 527 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:9437&theme=FEFU>

12. Виноградов, И.М. Основы теории чисел / И.М. Виноградов - М.: Наука, 1981 – 176 с.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:234381&theme=FEFU>

13. Ершов, Ю.Л. Проблемы разрешимости и конструктивные модели / Ю.Л.Ершов - М.:Наука, 1980 – 415 с.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:42609&theme=FEFU>

14. Гэри, М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи / М. Гэри, Д. Джонсон. – М.: Мир, 1982 – 416 с.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:45559&theme=FEFU>

15. Джекобсон, Н. Алгебры Ли / Н. Джекобсон - М.: Мир, 1964 – 355 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:91841&theme=FEFU>

16. Кострикин, А.И. Введение в алгебру. Часть 3. Основные структуры алгебры / А.И. Кострикин -. М.: Физматлит, 2000 – 271 с.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:11687&theme=FEFU>

17. Ленг, С. Алгебра / С. Ленг - М.: Мир, 1968 – 564 с.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:68689&theme=FEFU>

18. Мальцев, А.И. Алгебраические системы / А.И. Мальцев - М.: Наука, 1970 – 392 с.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:71193&theme=FEFU>

19. Мальцев, А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции / А.И. Мальцев
– М.: Наука, 1986 – 367 с.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:52435&theme=FEFU>
20. Мендельсон, Э. Введение в математическую логику /
Э.Мендельсон – М.: Наука, 1976 – 320 с.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:60871&theme=FEFU>
21. Новиков, П.С. Элементы математической логики / П.С.Новиков -
М.: Наука, 1973 – 399 с.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:84851&theme=FEFU>
22. Скорняков, Л.А. Элементы общей алгебры / Л.А. Скорняков - М.:
Наука, 1983 – 272 с.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:49107&theme=FEFU>
23. Галочкин, А.И. Введение в теорию чисел / А.И. Галочкин, Ю.В.
Нестеренко, А.Б. Шидловский – М.: МГУ, 1995 – 159 с.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:372307&theme=FEFU>
24. Карацуба, А.А. Основы аналитической теории чисел / А.А.
Карацуба – М., Наука, 1983 – 239 с.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:48228&theme=FEFU>
25. Кейперс, Л. Равномерное распределение последовательностей / Л.
Кейперс, Г. Нидеррейтер – М.: Наука, 1985 – 407 с.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:51953&theme=FEFU>
26. Коробков, Н.М. Тригонометрические суммы и их приложения /
Н.М. Коробков – М.: Наука, 1989 – 237 с.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:27574&theme=FEFU>
27. Серр, Ж.П. Курс арифметики / Ж.П. Серр – М.: Мир, 1972 – 184 с.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:82445&theme=FEFU>
28. Чандрасекхаран, К. Введение в аналитическую теорию чисел / К.
Чандрасекхаран – М.: Мир, 1974 – 187 с.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:57087&theme=FEFU>

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <https://e.lanbook.com/book/139285> Виноградов И. М. Основы теории чисел, Издательство "Лань", 2020
2. <https://e.lanbook.com/book/65053> Бухштаб А.А. Теория чисел, Издательство "Лань", 2015
3. <https://e.lanbook.com/book/121389> Геут К.Л., Титов С.С. Математическая логика и теория алгоритмов: учебно-методическое-пособие. Изд-во Уральского государственного университета путей сообщения, 2017

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. База данных Scopus <http://www.scopus.com/home.url>
2. База данных Web of Science <http://apps.webofknowledge.com/>
3. Общероссийский математический портал Math-Net.Ru <http://www.mathnet.ru>
4. Электронная библиотека диссертаций Российской государственной библиотеки <http://diss.rsl.ru/>
5. Электронная библиотека Европейского математического общества <https://www.emis.de/>
6. Электронные базы данных EBSCO <http://search.ebscohost.com/>

V. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

В процессе изучения дисциплины «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика» предлагаются разнообразные методы и средства освоения учебного материала: лекции, лабораторные работы, коллоквиумы, тестирование, самостоятельная работа студентов.

Лекции

Лекция – основная активная форма аудиторных занятий, необходимая

для разъяснения основополагающих теоретических разделов. Предполагает интенсивную умственную деятельность студента. Лекция носит познавательный, развивающий, воспитательный и организующий характер. Конспект лекций помогает усвоить теоретический материал дисциплины. При слушании лекции надо конспектировать ее рубрикации, терминологию, ключевые слова, определения, формулы, графические схемы. Конспект является полезным, когда он пишется самим студентом. Можно разработать собственную схему сокращения слов. Название тем, параграфов можно выделять цветными маркерами.

При домашней работе с конспектом лекций необходимо использовать основной учебник и дополнительную литературу, которые рекомендованы по данной дисциплине. Именно такая серьезная работа студента с лекционным материалом позволяет достичь ему успехов в овладении новыми знаниями.

При изложении лекционного курса по дисциплине «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика» в качестве форм интерактивного обучения используются: лекция-беседа, лекция-визуализация, лекция-консультация, которые строятся на базе предшествующих знаний и знаний смежных дисциплин. Для иллюстрации словесной информации применяются презентации, интерактивная доска, таблицы, схемы. По ходу изложения лекционного материала ставятся проблемные и провоцирующие вопросы, включаются элементы дискуссии.

Лекция-визуализация. Чтение лекции сопровождается компьютерной презентацией с базовыми текстами (заголовки, формулировки, ключевые слова и термины), иллюстрациями микроскопических и ультрамикроскопических изображений клеток и тканей, рисованием схем и написанием формул на интерактивной доске, производится демонстрация наглядных таблиц и слайдов, что способствует лучшему восприятию излагаемого материала. Лекция - визуализации требует определенных навыков: словесное изложение материала должно сопровождаться и сочетаться с визуальной формой. Информация, изложенная в виде схем,

таблиц, слайдов, позволяет формировать проблемные вопросы и способствует развитию профессионального мышления будущих специалистов.

Лекция-беседа – «диалог с аудиторией» – является распространенной формой интерактивного обучения и позволяет непосредственно вовлекать студентов в учебный процесс, так как создает прямой контакт преподавателя с аудиторией. Такой контакт достигается по ходу лекции, когда студентам задаются вопросы проблемного, провоцирующего или информационного характера или когда студентам самим предлагается задавать вопросы. Вопросы предлагаются всей аудитории, и любой из студентов может предложить свой ответ, другой может его дополнить. При этом от лекции к лекции выявляются активные и пассивные студенты, преподаватель по возможности активизирует студентов, которые не участвуют в работе. Такая форма лекции позволяет вовлечь всех студентов в работу, активизировать их внимание, мышление, получить коллективный опыт, научиться формировать вопросы. Преимущество лекции-беседы состоит в том, что она позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным вопросам темы, определять содержание и темп изложения учебного материала.

Лекция-консультация. Преподаватель делает краткое (тезисное) сообщение. Студенты задают вопросы, на которые отвечают преподаватель и другие студенты. На основе вопросов и ответов разворачивается творческая дискуссия.

Практические занятия

Коллоквиумы. Коллоквиум – коллективная форма рассмотрения и закрепления учебного материала. Коллоквиумы являются одним из видов практических занятий, предназначенных для углубленного изучения дисциплины, проводятся в интерактивном режиме. На занятиях по теме коллоквиума разбираются вопросы, и затем вместе с преподавателем проводится их обсуждение, которое направлено на закрепление материала, формирование навыков вести полемику, развитие самостоятельности и

критичности мышления, на способность студентов ориентироваться в больших информационных потоках, вырабатывать и отстаивать собственную позицию по проблемным вопросам учебной дисциплины.

В качестве методов интерактивного обучения на коллоквиумах используются: развернутая беседа, диспут, пресс-конференция.

Развернутая беседа предполагает подготовку студентов по каждому вопросу плана занятия с единым для всех перечнем рекомендуемой обязательной и дополнительной литературы. Доклады готовятся студентами по заранее предложенной тематике.

Диспут в группе имеет ряд достоинств. Диспут может быть вызван преподавателем в ходе занятия или же заранее планируется им. В ходе полемики студенты формируют у себя находчивость, быстроту мыслительной реакции.

Пресс-конференция. Преподаватель поручает нескольким студентам подготовить краткие (тезисные) сообщения. После докладов студенты задают вопросы, на которые отвечают докладчики и другие члены экспертной группы. На основе вопросов и ответов развертывается творческая дискуссия вместе с преподавателем.

Методические указания по работе с литературой

Надо составить первоначальный список источников. Основой может стать список литературы, рекомендованный в рабочей программе курса. Для удобства работы можно составить собственную картотеку отобранных источников (фамилия авторов, заглавие, характеристики издания) в виде рабочего файла в компьютере. Такая картотека имеет преимущество, т.к. она позволяет добавлять источники, заменять по необходимости одни на другие, Первоначальный список литературы можно дополнить, используя электронный каталог библиотеки ДВФУ, при этом не стесняйтесь обращаться за помощью к сотрудникам библиотеки.

Работая с литературой по той или другой теме, надо не только прочитать, но и усвоить метод ее изучения: сделать краткий конспект, алгоритм, схему

прочитанного материала, что позволяет быстрее его понять, запомнить. Не рекомендуется дословно переписывать текст.

Методические рекомендации к самостоятельной работе студента

Текущий контроль результатов самостоятельной работы осуществляется в ходе проведения лабораторных работ (устный опрос), коллоквиумов и тестирования. На основании этих результатов студент получает текущие и зачетные оценки, по которым выводится итоговая оценка. Промежуточная (семестровая) аттестация проводится в форме устного зачета.

Методические указания по подготовке к коллоквиумам

Поскольку коллоквиум является коллективной формой рассмотрения и закрепления учебного материала, к нему должны готовиться все студенты. Коллоквиум обычно проводится в форме развернутой беседы, диспута, пресс-конференции. На каждый коллоквиум заранее объявляется тема и перечень вопросов для устных сообщений. По всем вопросам надо проработать соответствующий материал из учебника, конспекта лекций, дополнительной литературы и соответствующей лабораторной работы. Преподаватель объявляет вопрос и предлагает сделать сообщение на 5-7 минут одному из студентов – либо по их желанию, либо по своему выбору. После сообщения преподаватель и студенты задают вопросы и выступают с дополнениями и комментариями.

Ответы на вопросы, выступления и активность студентов на занятии оцениваются текущей оценкой.

Методические указания по подготовке доклада

По отдельным темам на коллоквиумах могут делаться более емкие и глубокие доклады – до 15-20 минут. Тема доклада может быть предложена преподавателем или выбрана студентом самостоятельно.

При подготовке к докладу проводится подбор литературных источников по теме из рекомендуемой основной и дополнительной литературы, а также

работа с ресурсами информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», указанными в рабочей программе.

Работа с текстом научных книг и учебников состоит не только в прочтении материала, необходимо провести анализ, сравнить изложение материала в разных источниках, подобрать материал таким образом, чтобы он раскрывал тему доклада. Проанализированный материал конспектируют, при этом надо избегать простого переписывания текстов без каких-либо комментариев и анализа. Прямое заимствование текстов других авторов в науке не допускается, оно определяется как плагиат и является наказуемым. Цитирование небольших фрагментов (со ссылкой на автора) допускается, если надо подчеркнуть стиль или сущность авторского определения, но злоупотреблять чужими текстами нельзя. Доклад должен быть выстроен логично, материал излагается цельно, связно и последовательно, делаются выводы. Желательно, чтобы студент мог выразить своё мнение по обсуждаемой проблеме. Необходимо заранее продумать схемы для иллюстрации на доске или приготовить их в форме компьютерной презентации. В докладе обязательно необходимо использовать термины и ключевые слова по данной теме. После доклада проводится обсуждение с дополнениями и поправками. Оценивается как качество доклада, так и активность участников дискуссии.

VI. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

№ п/п	Наименование оборудованных помещений и помещений для самостоятельной работы с указанием адреса	Перечень основного оборудования
1.	Читальные залы Научной библиотеки ДВФУ с открытым доступом к фонду (корпус А - уровень 10)	Моноблок HP ProOne 400 All-in-One 19,5 (1600x900), Core i3-4150T, 4GB DDR3-1600 (1x4GB), 1TB HDD 7200 SATA, DVD+/-RW, GigEth, Wi-Fi, BT, usb kbd/mse, Win7Pro (64-bit)+Win8.1Pro(64-bit), 1-1-1 Wty Скорость доступа в Интернет 500 Мбит/сек. Рабочие места для людей с ограниченными возможностями здоровья оснащены

		дисплеями и принтерами Брайля; оборудованы: портативными устройствами для чтения плоскочечатных текстов, сканирующими и читающими машинами видеоувеличителем с возможностью регуляции цветовых спектров; увеличивающими электронными лупами и ультразвуковыми маркировщиками
--	--	--



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДФУ)

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**по дисциплине «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная
математика»**

*1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика
(физико-математические науки)*

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение	Форма контроля
1	1 неделя	Работа с литературой и конспектом лекций,	3 час	Устный ответ
2	2 неделя	Работа с литературой и конспектом лекций, Самостоятельное изучение отдельных разделов дисциплины. Подготовка к коллоквиуму и тестированию	4 час	Устный ответ
3	3 неделя	Работа с литературой и конспектом лекций,	5 час	Устный ответ, , Коллоквиум, Тестирование
4	4 неделя	Работа с литературой и конспектом лекций. Самостоятельное изучение отдельных разделов дисциплины. . Подготовка к коллоквиуму и тестированию	5 час	Устный ответ
5	5 неделя	Работа с литературой и конспектом лекций	5 час	Устный ответ, Коллоквиум, Тестирование
6	6 неделя	Работа с литературой и конспектом лекций Подготовка к коллоквиуму и тестированию	7 час	Работа на практическом занятии с методами, Устный ответ
7	7 неделя	Работа с литературой и конспектом лекций,	5 час	Устный ответ, Коллоквиум, Тестирование
8	8 неделя	Работа с литературой и конспектом лекций, Подготовка к коллоквиуму и тестированию	5 час	Устный ответ

9	9 неделя	Работа с литературой и конспектом лекций, Самостоятельное изучение отдельных разделов дисциплины	5 час	Устный ответ, , Коллоквиум, Тестирование
10	10 неделя	Работа с литературой и конспектом лекций, Подготовка к коллоквиуму и тестированию	5 час	Устный ответ
11	11 неделя	Работа с литературой и конспектом лекций,	5 час	Устный ответ, Коллоквиум, Тестирование
12	12 неделя	Работа с литературой и конспектом лекций. Подготовка к коллоквиуму и тестированию	7 час	Устный ответ
13	13 неделя	Самостоятельное изучение отдельных разделов дисциплины. Подготовка к лабораторным занятиям	5 час	Устный ответ, Коллоквиум, Тестирование
14	14 неделя	Работа с литературой и конспектом лекций. Подготовка к коллоквиуму и тестированию	5 час	Устный ответ
15	15 неделя	Работа с литературой и конспектом лекций. Самостоятельное изучение отдельных разделов дисциплины. Подготовка к лабораторным занятиям	5 час	Устный ответ, Коллоквиум, Тестирование
16	16неделя	Работа с литературой и конспектом лекций.. Подготовка к коллоквиуму и тестированию	5 час	Устный ответ

17	17 неделя	Работа с литературой и конспектом лекций. Подготовка к коллоквиуму и тестированию	6 час	Устный ответ, Работа на, Коллоквиум, Тестирование
18	18 неделя	Самостоятельное изучение отдельных разделов дисциплины.	3 час	Коллоквиум, Тестирование. Устное собеседование

Текущий контроль результатов самостоятельной работы осуществляется в ходе проведения лабораторных работ (устный опрос), коллоквиумов и тестирования. На основании этих результатов аспирант получает текущие и зачетные оценки, по которым выводится итоговая оценка. Промежуточная (семестровая) аттестация проводится в форме устного экзамена.

Методические указания по подготовке к коллоквиумам

Поскольку коллоквиум является коллективной формой рассмотрения и закрепления учебного материала, к нему должны готовиться все аспиранты. Коллоквиум обычно проводится в форме развернутой беседы, диспута, пресс-конференции. На каждый коллоквиум заранее объявляется тема и перечень вопросов для устных сообщений. По всем вопросам надо проработать соответствующий материал из учебника, конспекта лекций, дополнительной литературы и соответствующей лабораторной работы. Преподаватель объявляет вопрос и предлагает сделать сообщение на 5-7 минут одному из аспирантов – либо по их желанию, либо по своему выбору. После сообщения преподаватель и аспиранты задают вопросы и выступают с дополнениями и комментариями.

Ответы на вопросы, выступления и активность аспирантов на занятии оцениваются текущей оценкой.

Методические указания по подготовке доклада

По отдельным темам на коллоквиумах могут делаться более емкие и глубокие доклады – до 15-20 минут. Тема доклада может быть предложена преподавателем или выбрана аспирантом самостоятельно.

При подготовке к докладу проводится подбор литературных источников по теме из рекомендуемой основной и дополнительной литературы, а также работа с ресурсами информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», указанными в рабочей программе.

Работа с текстом научных книг и учебников состоит не только в прочтении материала, необходимо провести анализ, сравнить изложение материала в разных источниках, подобрать материал таким образом, чтобы он раскрывал тему доклада. Проанализированный материал конспектируют, при этом надо избегать простого переписывания текстов без каких-либо комментариев и анализа. Прямое заимствование текстов других авторов в науке не допускается, оно определяется как плагиат и является наказуемым.

Цитирование небольших фрагментов (со ссылкой на автора) допускается, если надо подчеркнуть стиль или сущность авторского определения, но злоупотреблять чужими текстами нельзя. Доклад должен быть выстроен логично, материал излагается цельно, связно и последовательно, делаются выводы. Желательно, чтобы аспирант мог выразить своё мнение по обсуждаемой проблеме. Необходимо заранее продумать схемы для иллюстрации на доске или приготовить их в форме компьютерной презентации. В докладе обязательно необходимо использовать термины и ключевые слова по данной теме. После доклада проводится обсуждение с дополнениями и поправками. Оценивается как качество доклада, так и активность участников дискуссии.

Методические указания по работе с литературой

Надо составить первоначальный список источников. Основой могут стать список литературы, рекомендованный в рабочей программе курса. Для удобства работы можно составить собственную картотеку отобранных источников (фамилия авторов, заглавие, характеристики издания) в виде рабочего файла в компьютере. Такая картотека имеет преимущество, т.к. она позволяет добавлять источники, заменять по необходимости одни на другие, убирать те, которые оказались не соответствующими тематике. Первоначальный список литературы можно дополнить, используя электронный каталог библиотеки ДВФУ, при этом не стесняйтесь обращаться за помощью к сотрудникам библиотеки.

Работая с литературой по той или другой теме, надо не только прочитать, но и усвоить метод ее изучения: сделать краткий конспект, алгоритм, схему прочитанного материала, что позволяет быстрее его понять, запомнить. Не рекомендуется дословно переписывать текст.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДФУ)

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная
математика»
1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика
(физико-математические науки)

Паспорт ФОС

Код и формулировка требования	Этапы формирования	
<p>способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в области математики и механики с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	Знает	современные методы и информационно-коммуникационные технологии для осуществления научно-исследовательской деятельности в области математической логики, алгебры и теории чисел
	Умеет	использовать в работе современные методы и информационно-коммуникационные технологии для осуществления научно-исследовательской деятельности в области математической логики, алгебры и теории чисел
	Владеет	способностью использовать в работе современные методы и информационно-коммуникационные технологии для осуществления научно-исследовательской деятельности в области математической логики, алгебры и теории чисел
<p>способность создавать замысел, разрабатывать проект (структуру, методологию) целостного научного исследования в области математической логики, алгебры и теории чисел</p>	Знает	Методы и технологии научного исследования в области математической логики, алгебры и теории чисел Основные концепции современного состояния математики в области математической логики, алгебры и теории чисел
	Умеет	Генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач в области математической логики, алгебры и теории чисел Анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач в области математической логики, алгебры и теории чисел
	Владеет	Навыками критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач в области математической логики, алгебры и теории чисел
<p>готовность общаться в формате диалога со своими коллегами, научным сообществом и обществом в целом по вопросам, связанным со сферой своей специализации в области математической логики, алгебры и теории чисел</p>	Знает	Основные тенденции развития науки в области математической логики, алгебры и теории чисел
	Умеет	Работать в небольшом международном научном коллективе математиков Формировать и аргументированно отстаивать собственную позицию по решению открытых задач в области математической логики, алгебры и теории чисел
	Владеет	Навыками общения в формате диалога со своими коллегами, научным сообществом и обществом в целом по вопросам, связанным со сферой своей специализации в области математической логики, алгебры и теории чисел

		специализации в области математической логики, алгебры и теории чисел
способность к осуществлению преподавательской деятельности по реализации профессиональных образовательных программ в области математической логики, алгебры и теории чисел	Знает	Методы и технологии научной коммуникации в области математической логики, алгебры и теории чисел на государственном и иностранном языках
	Умеет	Оценивать актуальность и новизну исследований в области математической логики, алгебры и теории чисел
	Владеет	способностью оценивать актуальность и новизну исследований в области математической логики, алгебры и теории чисел

Шкала оценивания уровня сформированности знаний, умений, навыков

Код и формулировка требования	Этапы формирования		Критерии	Показатели
способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в области математики и механики с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	знает (пороговый уровень)	современные методы и методики анализа, в том числе в рамках новых научных подходов в науке, современные информационно-коммуникационные технологии, используемые в науке	знание методов анализа в соответствующей профессиональной области и информационно-коммуникационных технологий, используемых в данной области	способность демонстрировать системные знания о современных методах анализа в соответствующей профессиональной области и информационно-коммуникационных технологиях, используемых в данной области
	умеет (продвинутый)	осуществлять отбор и использовать оптимальные методы исследования и современные информационные технологии в научной деятельности	умение отбирать и использовать методы исследования и применять информационные технологии с учетом специфики профессиональной области	способность на высоком уровне осуществлять отбор и эффективно использовать современные исследовательские методы анализа и применения информационных технологий с учетом специфики направления подготовки

	владеет (высокий)	навыками использования современных методов научного исследования и навыками применения информационно-коммуникационных технологий в науке	владение современными методами научного исследования и информационно-коммуникационных технологий	способность на высоком уровне владеть навыками системного использования современных методов научного исследования и навыками эффективного применения информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной сфере
способность создавать замысел, разрабатывать проект (структуру, методологию) целостного научного исследования в области математической логики, алгебры и теории чисел	знает (пороговый уровень)	Методы и технологии научного исследования в области математической логики, алгебры и теории чисел Основные концепции современного состояния математики в области математической логики, алгебры и теории чисел	знание методов и технологий научного исследования в области математической логики, алгебры и теории чисел Основные концепции современного состояния математики в области математической логики, алгебры и теории чисел	способность творческого использования в научной, педагогической деятельности знание методов и технологий научного исследования в области математической логики, алгебры и теории чисел Основные концепции современного состояния математики в области математической логики, алгебры и теории чисел
	умеет (продвинутый)	Генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач в области математической логики, алгебры и теории чисел	умение творчески Анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач в области математической логики, алгебры и теории чисел	Генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач в области математической логики, алгебры и теории чисел

		Анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач в области математической логики, алгебры и теории чисел		Анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач в области математической логики, алгебры и теории чисел
	владеет (высокий)	Навыками критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач в области математической логики, алгебры и теории чисел	владение Навыками критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач в области математической логики, алгебры и теории чисел	способность творчески использовать в научной, производственно-технологической и педагогической деятельности навыки критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач в области математической логики, алгебры и теории чисел
владение методами и способами исследования клеточных и тканевых систем, процессов их жизнедеятельности и эволюции	знает (пороговый уровень)	Основные тенденции развития науки в области математической логики, алгебры и теории чисел	знание основных тенденции развития науки в области математической логики, алгебры и теории чисел	способность успешно и на высоком уровне использовать знания основных тенденции развития науки в области математической логики, алгебры и теории чисел

	умеет (продвинутый)	Работать в небольшом международном научном коллективе математиков	умение Формировать и аргументированно отстаивать собственную позицию по решению открытых задач в области математической логики, алгебры и теории чисел	способен Формировать и аргументированно отстаивать собственную позицию по решению открытых задач в области математической логики, алгебры и теории чисел
	владеет (высокий)	Навыками общения в формате диалога со своими коллегами, научным сообществом и обществом в целом по вопросам, связанным со сферой своей специализации в области математической логики, алгебры и теории чисел	Навыками общения в формате диалога со своими коллегами, научным сообществом и обществом в целом по вопросам, связанным со сферой своей специализации в области математической логики, алгебры и теории чисел	способен на высоком уровне проводить диалога со своими коллегами, научным сообществом и обществом в целом по вопросам, связанным со сферой своей специализации в области математической логики, алгебры и теории чисел
способность к осуществлению преподавательской деятельности по реализации профессиональных образовательных программ в области математической логики, алгебры и теории чисел	знает (пороговый уровень)	Методы и технологии научной коммуникации в области математической логики, алгебры и теории чисел на государственном и иностранном языках	знание основных технологий научной коммуникации в области математической логики, алгебры и теории чисел на государственном и иностранном языках	способен использовать технологии научной коммуникации в области математической логики, алгебры и теории чисел на государственном и иностранном языках
	умеет (продвинутый)	Оценивать актуальность и новизну исследований в области математической логики, алгебры и теории чисел	умение Оценивать актуальность и новизну исследований в области математической логики, алгебры и теории чисел	способен Оценивать актуальность и новизну исследований в области математической логики, алгебры и теории чисел

	владеет (высоки й)	способностью оценивать актуальность и новизну исследований в области математической логики, алгебры и теории чисел	владение способностью оценивать актуальность и новизну исследований в области математической логики, алгебры и теории чисел	способен оценивать актуальность и новизну исследований в области математической логики, алгебры и теории чисел
--	--------------------------	--	--	--

Оценочные средства для промежуточной аттестации

В качестве заключительного этапа промежуточной (семестровой) аттестации по дисциплине «Математическая логика, алгебра и теория чисел» предусмотрен экзамен.

Методические указания по сдаче экзамена

На экзамене в качестве оценочного средства применяется собеседование по вопросам, составленным ведущим преподавателем. Экзамен принимается ведущим преподавателем или его ассистентом.

Во время проведения экзамена аспиранты могут пользоваться рабочей программой учебной дисциплины. В случае использования аспирантом средств для списывания, преподаватель имеет право удалить аспиранта с экзамена, а в экзаменационную ведомость поставить неуд.

Для сдачи устного зачета аспирант приглашается в специализированную аудиторию. Выходить из аудитории во время подготовки к ответам без разрешения преподавателя аспирантам запрещается. Время, предоставляемое аспиранту на подготовку к ответу на устном зачете – 30 минут.

Оценки, выставленные преподавателем по итогам зачета, не подлежат пересмотру. Аспирант, не согласный с выставленной оценкой, имеет право подать заявление на имя директора Школы. В случае обоснованности поданного заявления директор Школы создает комиссию в составе трех преподавателей по соответствующей кафедре. Оценка, полученная аспирантом во время пересдачи зачета комиссии, является окончательной.

Вопросы к экзамену по дисциплине «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика»

1. Исчисление высказываний
2. Исчисление предикатов
3. Непротиворечивость исчисления предикатов
4. Полнота исчисления предикатов
5. Тезис Черча
6. Алгоритмические проблемы
7. Теорема Гёделя о неполноте формальной арифметики
8. Конечные группы
9. Свободные группы
10. Евклидовы кольца
11. Конечно порожденные модули
12. Алгебраические расширения полей
13. Конечные поля
14. Решетки
15. Алгебры
16. Модуль гауссовой суммы
17. Полные тригонометрические суммы
18. Модулярный инвариант
19. Поле модулярных функций

20. Теорема Дирихле
21. Приближение алгебраических чисел
22. Характеры Дирихле
23. Характеры абелевой группы

Оценочные средства для текущего контроля

Устный опрос – наиболее распространенный метод контроля знаний аспирантов. При устном опросе устанавливается непосредственный контакт между преподавателем и аспирантами, в процессе которого преподаватель получает широкие возможности для оценки количества и качества усвоения аспирантами учебного материала. Он является наиболее распространенной и адекватной формой контроля знаний учащихся, включает в себя собеседование (главным образом на зачете), коллоквиум, доклад.

Критерии оценки устного ответа:

«5 баллов» выставляется аспиранту, если он на обсуждаемые вопросы дает правильные ответы, которые отличаются глубиной и полнотой раскрытия темы, умеет делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, которые логичны и последовательны.

«4 балла» выставляется аспиранту, если он на обсуждаемые вопросы дает правильные ответы, которые отличается глубиной и полнотой раскрытия темы, умеет делать выводы и обобщения, однако допускаются одну - две ошибки в ответах.

«3 балла» выставляется аспиранту, если он на обсуждаемые вопросы дает ответы, которые недостаточно полно его раскрывают, отсутствует логическое построение ответа, допускает несколько ошибок.

«2 балла» выставляется аспиранту, если он на обсуждаемые вопросы дает ответы, которые показывают, что он не владеет материалом темы, не может дать аргументированные ответы, допускаются серьезные ошибки в содержании ответа.

Вопросы для собеседования

по дисциплине «**Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика**»

ТЕМЫ ДЛЯ ДИСКУССИЙ

1. Рекурсивно перечислимые и рекурсивные (разрешимые) множества. Их свойства.
2. Исчисление высказываний. Полнота и непротиворечивость.
3. Исчисление предикатов. Непротиворечивость.
4. Полнота исчисления предикатов.
5. Теоремы Силова.
6. Теорема о строении конечно порожденных модулей над евклидовым кольцом.

7. Свободные группы и определяющие соотношения. Подгруппы свободных групп.
8. Квадратичный закон взаимности.
9. Дзета-функции Римана и ее простейшие свойства в области $\text{Re } s > 1$ (Аналитичность, представление производной и логарифмической производной в виде ряда Дирихле, отсутствие нулей, тождество Эйлера).
10. Характеры Дирихле, и их простейшие свойства.

Коллоквиум может служить формой не только проверки, но и повышения знаний аспирантов. На коллоквиумах могут обсуждаться все или отдельные темы, вопросы изучаемого курса.

Критерии оценки за выступления (доклады) на коллоквиумах те же, что и при устном ответе.

Вопросы для коллоквиумов

по дисциплине «**Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика**»

Раздел 1. Основные понятия теории категорий

Категории и функторы

Произведения и копроизведения

Раздел 2. Группы

Группы, подгруппы, фактор группы

Нормальные подгруппы

Силовские подгруппы

Свободные группы

Прямые суммы и свободные абелевы группы

Конечно порожденные абелевы группы

Раздел 3. Кольца

Кольца, идеалы колец, гомоморфизмы колец

Коммутативные кольца

Кольца главных идеалов

Раздел 3. Модули

Модули, гомоморфизмы модулей

Прямые произведения и прямые суммы модулей

Свободные модули

Нетеровы модули и кольца

Ассоциированные простые идеалы

Инъективные и проективные модули

Артиновы и нетеровы модули

Полупростые модели и кольца

Раздел 4. Алгебраические расширения

Характеристика поля

Конечные и алгебраические расширения полей

Алгебраическое замыкание

Поля разложения и нормальные расширения

Раздел 5. Теория Галуа

Строение конечных полей

Мультипликативная группа конечного поля

Расширения Галуа

Раздел 6. Вещественные поля

Упорядоченные поля

Вещественные поля

Вещественные нули и гомоморфизмы

Тест является письменной или компьютерной формой контроля, направленной на проверку владения терминологическим аппаратом и конкретными (точными) знаниями в области фундаментальных и прикладных дисциплин.

Критерии оценки теста:

5 баллов выставляется аспиранту, если он ответил на 100-86 % от всех вопросов.

4 балла выставляется за правильный ответ на 85-76 % от всех вопросов.

3 балла выставляется за правильный ответ на 75-65 % от всех вопросов.

2 балла выставляется за правильный ответ на 64-50 % от всех вопросов.

1 балла выставляется за правильный ответ менее чем на 50 % от всех вопросов.

Примеры контрольных работ

Тема: Теория алгоритмов

Вариант 1

1) Доказать, что функция примитивно рекурсивна:

$\tau(x)$ – число делителей числа x , где $\tau(0)=0$.

2) Доказать, что функция примитивно (частично) рекурсивна:

$$f(x, y) = \begin{cases} 3, & \text{если } x = y + 1, \\ 2x & \text{(не определена) в остальных случаях.} \end{cases}$$

3) Выразить функцию через примитивно рекурсивные и оператор минимизации:

$x + 3 \frac{z}{2y}$.

Вариант 2

1) Доказать, что функция примитивно рекурсивна:

$\sigma(x)$ – сумма делителей числа x , где $\sigma(0)=0$.

2) Доказать, что функция примитивно (частично) рекурсивна:

$$f(x, y, z) = \begin{cases} x, & \text{если } x = 2, \\ y, & \text{если } y = 3, \\ x + y & \text{(не определена) в остальных случаях.} \end{cases}$$

3) Выразить функцию через примитивно рекурсивные и оператор минимизации:

$x - (3y + z)$.

Вариант 3

1) Доказать, что функция примитивно рекурсивна:

$lh(x)$ – число простых делителей числа x , где $lh(0)=0$.

2) Доказать, что функция примитивно (частично) рекурсивна:

$$f(x, y) = \begin{cases} \left\lfloor \frac{3}{x} \right\rfloor, & \text{если } x = y + 1, \\ 2 & \text{(не определена) в остальных случаях.} \end{cases}$$

3) Выразить функцию через примитивно рекурсивные и оператор минимизации:

$$\frac{3z}{x+3y}$$

Вариант 4

1) Доказать, что функция примитивно рекурсивна:

$\pi(x)$ – число простых чисел, не превосходящих x .

2) Доказать, что функция примитивно (частично) рекурсивна:

$$f(x, y) = \begin{cases} \left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor, & \text{если } x \text{ делится на } y, \\ y & \text{(не определено) в остальных случаях.} \end{cases}$$

3) Выразить функцию через примитивно рекурсивные и оператор минимизации:

$$\log_y x^z.$$

Тема: Группы

Вариант 1.

Пусть A, B, C – подгруппы конечной группы G . Докажите, что

- 1) если $B \leq A$, то $|A : B| \geq |C \cap A : C \cap B|$;
- 2) $|G : A \cap B| \leq |G : A| |G : B|$;
- 3) $A \cup B$ является подгруппой G , если и только если $A \subseteq B$ или $B \subseteq A$;
- 4) если $G = AA^g$ для некоторого $g \in G$, то $G = A$;
- 5) группа G имеет четный порядок, если и только если число инволюций (элементов второго порядка) нечетно;
- 6) если каждый элемент группы имеет порядок два, то группа абелева;
- 7) если группа содержит точно одну максимальную подгруппу, то она циклическая;
- 8) если $A \neq 1$ и $A \cap A^g = 1$ для всякого $g \in G \setminus A$, то $\left| \bigcup_{g \in G} A^g \right| \geq \frac{|G|}{2} + 1$;
- 9) если $A \neq G$, то $\bigcup_{g \in G} A^g \neq G$;
- 10) если $A^G = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, то $\langle A_1, A_2, \dots, A_n \rangle = A_1 A_2 \dots A_n$.

Вариант 2.

Пусть G, A, B, C – группы. Докажите, что

- 1) всякая нормальная подгруппа группы A является нормальной подгруппой группы $A \times B$;
- 2) существуют группы A, B, C такие, что $C \leq A \times B$ и $C \neq (A \cap C) \times (B \cap C)$;

- 3) $Aut(A \times B)$ содержит подгруппу изоморфную $AutA \times AutB$;
- 4) если $G = A \times B$, то $A \cong B$ тогда и только тогда, когда существует подгруппа D группы G такая, что $G = AD = BD$ и $A \cap D = B \cap D = 1$;
- 5) если в конечной группе G каждая максимальная подгруппа простая и нормальная, то G - абелева группа и $|G| \in \{1, p, p^2, pq\}$ для некоторых простых чисел p, q ;
- 6) если G/A и G/B полупростые группы, то $G/A \cap B$ полупростая группа (под *полупростой группой* понимается группа, являющаяся прямым произведением простых подгрупп);
- 7) если $n \geq 2$, то $Z(D_{2n}) \neq 1 \Leftrightarrow n \equiv 0 \pmod{2}$;
- 8) для группа диэдра G такой, что $|G| > 4$
 - а) описать все подгруппы;
 - б) доказать, что $|Z(G)| \leq 2$

Примеры индивидуальных домашних заданий

Тема: Исчисление предикатов

1. Записать формулу $\Phi(x, y, z)$, истинную в $\langle \mathbb{N}; +, \cdot \rangle$ тогда и только тогда, когда x делит y
2. Записать формулу $\Phi(x, y, z)$, истинную в $\langle \mathbb{N}; +, \cdot \rangle$ тогда и только тогда, когда $z = \text{НОД}(x, y)$
3. Пусть $m = P(B)$ – булеан множества B , т.е. множество всех подмножеств множества B . Написать формулу $\Phi(x, y, z)$, истинную в алгебраической системе $\langle P(B); \cap \rangle$, тогда и только тогда, когда $x \cup y \subseteq z$;
4. Доказать, что следующие алгебраические системы не являются элементарно эквивалентными: $\langle Q; \cdot \rangle$ и $\langle \mathbb{R}; \cdot \rangle$.

Тема: Модули

1. Доказать, что отображение из множества $M_2(\mathbb{R})$ всех квадратных матриц порядка 2 над кольцом \mathbb{R} в себя, зануляющее второй столбец матрицы, является эндоморфизмом \mathbb{R} -модуля $M_2(\mathbb{R})$.
2. Найти ядро и образ эндоморфизма \mathbb{R} -модуля $M_2(\mathbb{R})$ всех квадратных матриц порядка 2 над кольцом \mathbb{R} в себя, зануляющего второй столбец матрицы.
3. Построить прямую сумму N копий Z_2 -модуля $M_2(Z_2)$.
4. если P проективен и A, B - два прямых слагаемых в P , то пересечение A и B – также прямое слагаемое P .
5. если Q инъективен и A, B - два прямых слагаемых в Q , то сумма A и B – также прямое слагаемое Q .

Тема: Кольца

1. Найти все подкольца кольца классов вычетов по модулю 32.

2. Найти все идеалы кольца классов вычетов по модулю 32.
3. Найти все гомоморфизмы из кольца Z в кольцо $2Z$.
4. Найти все гомоморфизмы из кольца Z в кольцо $M_2(Z_2)$.
5. Доказать, что кольцо квадратных матриц порядка n с коэффициентами из R артиново (нетерово) справа тогда и только тогда, когда R артиново (нетерово) справа.
6. Доказать, что каждое артиново справа кольцо без делителей нуля – тело.

Тема: Теория p -адических чисел

1. Доказать, что при $p \neq 2$ в поле p -адических чисел не существует корней p -й степени из 1, отличных от 1.
2. Доказать, что в поле p -адических чисел нет автоморфизмов кроме тождественного.
3. В каких полях p -адических чисел форма $2x^2 - 15y^2 + 14z^2$ не представляет нуля?

Кейс-задача

по дисциплине «Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика»

Задание по теме “Кольца”

Цели задания: построение кольца частных произвольного кольца

Задание:

1. Доказать, что отношение \sim такое, что $(a,s) \sim (a',s')$ тогда и только тогда, когда существует t из S , для которого $t(s'a - sa') = 0$, где a, a' – элементы кольца, s, s' – элементы мультипликативного подмножества S кольца, является отношением эквивалентности.
2. Определить на множестве классов эквивалентности (на множестве дробей) операции сложения и умножения.
3. Доказать корректность этих определений.
4. Показать, что множество дробей относительно введенных операций является кольцом.
5. Построить вложение исходного кольца в построенное кольцо.
6. Показать, что построенное кольцо является полем (частных исходного кольца).
7. Построить кольцо частных кольца целых чисел.
8. Построить кольцо частных кольца действительных чисел.